

Capitolul 1 – Funcții și aplicații	1
1.1. Notiuni de analiză matematică	1
1.2. Funcții definite pe mulțimi finite	1
1.3. Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = ax + b$ , $a \neq 0$	1
Teste de evaluare	1
1.4. Probleme cu caracter aplicativ	1
1.5. Probleme pentru performanță, olimpiade și concursuri	1

## Matematică

### clasa a VIII-a

# II

#### Cap. 3 – Poliedre

3.1. Prismă dreptunghulară. Paralelipipedul dreptunghic	1
3.2. Cubul	1
3.3. Prismă regulată	1
Teste de evaluare	1
3.4. Piramida regulată	1
3.5. Trunchiul de piramidă regulată	1
Teste de evaluare	1
3.6. Probleme cu caracter aplicativ	1
3.7. Probleme pentru performanță, olimpiade și concursuri	1

#### Cap. 4 – Corpuri rotunde

4.1. Cilindru	103
4.2. Conul circular drept	107
4.3. Trunchiul de con circular drept	107
4.4. Sferă	107
Teste de evaluare	107
4.5. Probleme cu caracter aplicativ	107
4.6. Probleme pentru performanță, olimpiade și concursuri	107

art  
educațional

**Cap. 1 – Funcții**

<b>1.1. Noțiunea de funcție .....</b>	<b>7</b>
<b>1.2. Funcții definite pe mulțimi finite .....</b>	<b>13</b>
<b>1.3. Funcția <math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax + b</math>, <math>a, b \in \mathbb{R}</math> .....</b>	<b>17</b>
<i>Teste de evaluare.....</i>	25
<b>1.4. Probleme cu caracter aplicativ .....</b>	<b>31</b>
<b>1.5. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade .....</b>	<b>35</b>

**Cap. 2 – Ecuații, inecuații și sisteme de ecuații**

<b>2.1. Ecuații echivalente cu ecuația de forma <math>ax + b = 0</math>, <math>a, b \in \mathbb{R}</math> .....</b>	<b>41</b>
<b>2.2. Ecuația de gradul întâi cu două necunoscute .....</b>	<b>45</b>
<b>2.3. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute .....</b>	<b>48</b>
<b>2.4. Ecuația de gradul al doilea cu o necunoscută.....</b>	<b>51</b>
<b>2.5. Inecuații de gradul întâi cu o necunoscută .....</b>	<b>56</b>
<b>2.6. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor, inecuațiilor și al sistemelor de ecuații .....</b>	<b>58</b>
<i>Teste de evaluare.....</i>	61
<b>2.7. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade .....</b>	<b>65</b>

**Cap. 3 – Poliedre**

<b>3.1. Prisma dreaptă. Paralelipipedul dreptunghic .....</b>	<b>69</b>
<b>3.2. Cubul .....</b>	<b>72</b>
<b>3.3. Prisma regulată .....</b>	<b>75</b>
<i>Teste de evaluare.....</i>	78
<b>3.4. Piramida regulată.....</b>	<b>81</b>
<b>3.5. Trunchiul de piramidă regulată .....</b>	<b>88</b>
<i>Teste de evaluare.....</i>	92
<b>3.6. Probleme cu caracter aplicativ .....</b>	<b>95</b>
<b>3.7. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade .....</b>	<b>98</b>

**Cap. 4 – Corpuri rotunde**

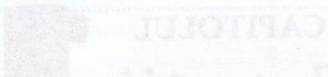
<b>4.1. Cilindrul.....</b>	<b>103</b>
<b>4.2. Conul circular drept.....</b>	<b>107</b>
<b>4.3. Trunchiul de con circular drept.....</b>	<b>111</b>
<b>4.4. Sfera .....</b>	<b>115</b>
<i>Teste de evaluare.....</i>	119
<b>4.5. Probleme cu caracter aplicativ .....</b>	<b>123</b>
<b>4.6. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade .....</b>	<b>125</b>

<b>5.1. Variante de subiecte pentru teză .....</b>	<b>129</b>
<b>5.2. Variante de subiecte pentru evaluarea finală.....</b>	<b>132</b>
<b>5.3. Variante de subiecte pentru examenul de Evaluare Națională.....</b>	<b>137</b>

## Solutii.

Solutii..... 148





## Competențe specifice vizate

1. Recunoașterea unor corespondențe care sunt funcții;
2. Utilizarea valorilor unor funcții în rezolvarea unor ecuații și a unor inecuații;
3. Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondențe și/ sau a unor funcții în scopul caracterizării acestora;
4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor noțiuni de geometrie plană.

# Funcții

## 1.1. Noțiunea de funcție

**Definiție.** Fie  $A$  și  $B$  două mulțimi nevide. Prin *funcție  $f$  definită pe mulțimea  $A$  cu valori în mulțimea  $B$*  se înțelege orice lege (regulă, procedeu, convenție) prin care fiecărui element  $x \in A$  i se asociază un singur element  $y = f(x) \in B$ .

Prin  $f : A \rightarrow B$  vom nota o funcție definită pe  $A$  cu valori în  $B$ . Mulțimea  $A$  se numește *domeniu de definiție* al funcției  $f$ , mulțimea  $B$  se numește *domeniu de valori* sau *codomeniu* funcției  $f$ , iar procedeul (regula)  $y = f(x)$  se numește *legea de corespondență* a funcției  $f$ . Dacă  $x \in A$ , elementul  $f(x) \in B$  se numește *imaginea* lui  $x$  prin funcția  $f$  sau *valoarea funcției  $f$*  în punctul  $x$ .

**Imaginea funcției.** Fie  $f : A \rightarrow B$  o funcție. *Imaginea* (sau mulțimea valorilor) funcției  $f$  este mulțimea:  $\text{Im } f = \{f(x) \mid x \in A\}$ . În mod evident,  $\text{Im } f \subset B$ .

Putem scrie și astfel:  $\text{Im } f = \{y \in B \mid \exists x \in A \text{ a.î. } y = f(x)\}$ .

**Graficul funcției.** Fie  $f : A \rightarrow B$  o funcție. Mulțimea  $G_f = \{(x, f(x)) \mid x \in A\}$  se numește *graficul funcției  $f$* . Avem și  $G_f = \{(x, y) \mid x \in A, y = f(x)\} \subset A \times B$ .

**Funcția numerică** este o funcție al cărei domeniu de definiție și domeniu de valori ale unei funcții sunt submulțimi ale lui  $\mathbb{R}$  (mulțimi de numere).

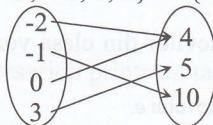
**Reprezentarea geometrică a graficului.** Dacă  $f : A \rightarrow B$  este o funcție numerică, fiecărui element  $(x, y) \in G_f$  îi putem asocia un punct  $M(x, y)$  într-un reper cartezian. Submulțimea planului formată din toate punctele  $M(x, y)$ , cu  $(x, y) \in G_f$  se numește *reprezentarea geometrică* a graficului funcției  $f$ .

**Funcții egale.** Două funcții  $f : A \rightarrow B$  și  $g : C \rightarrow D$  sunt *egale* dacă  $A = C$ ,  $B = D$  și  $f(x) = g(x)$ , oricare ar fi  $x \in A$ . Notăm:  $f = g$ .

**Moduri de definire a unei funcții.** Funcțiile pot fi descrise în diverse moduri:

1. Printr-o **diagramă**.

$$f : \{-2; -1; 0; 3\} \rightarrow \{4; 5; 10\},$$



2. Printr-un **tabel**.

$$g : \{-1; 0; 2; 5\} \rightarrow \{1; 2; 3\},$$

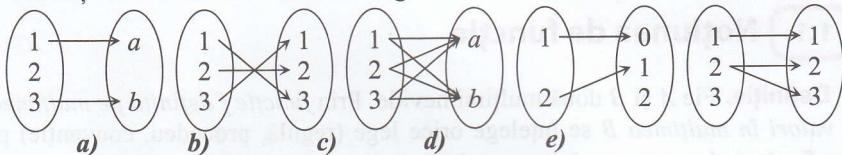
$x$	-1	0	2	5
$f(x)$	1	2	3	1

3. Prin una sau mai multe formule analitice:

$$h : \{0, 2, 4\} \rightarrow \{0, 4, 16\}, h(x) = x^2; \quad u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, u(x) = \begin{cases} 3x - 5, & \text{dacă } x \leq 1 \\ 2x + 3, & \text{dacă } x > 1 \end{cases}.$$



1. Precizați care dintre următoarele diagrame definesc funcții:



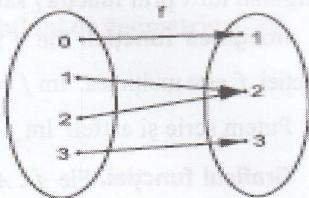
2. Explicați de ce tabelul alăturat **nu** descrie o funcție.

$x$	-1	0	1	2	1
$f(x)$	0	3	4	5	6

3. Precizați dacă scrierea  $f : \{-1; 0; 1; 2\} \rightarrow \{0; 1; 2; 3; 4\}$ ,  $f(x) = x + 1$ , reprezintă o funcție.

4. În imaginea alăturată este descrisă funcția  $f : A \rightarrow B$ .

- a) Precizați elementele mulțimilor  $A$  și  $B$ .
- b) Scrieți elementele mulțimii  $\text{Im } f$ .
- c) Scrieți elementele mulțimii  $G_f$ .



5. Tabloul alăturat descrie o funcție  $f : A \rightarrow B$ .

$x$	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-4	0	4	8	12

- a) Determinați mulțimea  $A$ .
- b) Scrieți mulțimea  $\text{Im } f$ .
- c) Descrieți corespondența  $x \rightarrow f(x)$  printr-o formulă.

6. Explicați dacă mulțimea indicată reprezintă graficul unei funcții definite pe mulțimea  $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$  cu valori în  $\mathbb{R}$ . În caz afirmativ, descrieți funcția printr-o diagramă.

- a)  $G_f = \{(-2; 0); (-1; 0); (0; 1); (1; 1); (2; 2)\}$ ;
- b)  $G_g = \{(-2; -1); (-2; 0); (-1; -1); (0; -1); (1; 2)\}$ ;
- c)  $G_h = \{(-2; 1); (-1; -1); (0; -1); (1; 1); (1; 2); (2; 1)\}$ .

7. a) Descrieți trei funcții definite pe mulțimea  $E$  a elevilor din clasa voastră cu valori în mulțimea  $S = \{f; b\}$ .

- b) Descrieți trei funcții definite pe mulțimea  $E$  a elevilor din clasa voastră cu valori în mulțimea  $\mathbb{N}$ .

**Indicație:**  $f : E \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(e) =$  numărul curent din catalog al elevului  $e$ .

8. Descrieți trei funcții definite pe mulțimea  $N = \{23; 157; 4; 2000; 145\}$  cu valori în mulțimea  $C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ ;

**Indicație:** Ultima cifră a numărului 23 este 3. Definim  $u(23) = 3$ .

**9.** Descrieți trei funcții  $s$  definite pe mulțimea  $N = \{157; 59; 1002; 8\}$  cu valori în mulțimea  $S = \{3; 4; 8; 9; 13; 14\}$ .

**Indicație:** Suma cifrelor numărului 157 este egală cu 13. Definim  $s(157) = 13$ .

**10.** Descrieți, în mod natural, o funcție  $f$  definită pe mulțimea  $F = \left\{ \frac{15}{24}; \frac{34}{51}; \frac{108}{56}; \frac{225}{125} \right\}$  cu valori în mulțimea  $I = \left\{ \frac{9}{5}; \frac{2}{3}; \frac{5}{8}; \frac{27}{14} \right\}$ .

**Indicație:**  $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ .

**11.** Stabiliți pentru care din următoarele funcții are loc relația  $-2 \in \text{Im } f$ :

- a)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 11$ ;      b)  $f : \{-2, -1, 0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$ .  
 c)  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x - 3$ ;    d)  $f : \left(-\frac{5}{4}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x + 3$ .

**Indicație:** a) Dacă  $-2 \in \text{Im } f$ , atunci există  $x \in \mathbb{N}$  astfel încât  $f(x) = -2$ , adică  $x^2 - 11 = -2$ , de unde  $x = 3$ . Așadar, deoarece  $f(3) = -2$ , rezultă  $-2 \in \text{Im } f$ .



**12.** Fie mulțimile  $R = \left\{ 3, 14; \frac{7}{3}; 4; -1; -2 \frac{1}{10}; \sqrt{10} \right\}$  și  $I = \{-3; -1; 1; 2; 3; 4\}$ .

- a) Descrieți prin tabel și precizați imaginea funcției  $i : R \rightarrow I$ ,  $i(x) = [x]$ .  
 b) Scrieți elementele mulțimii  $G_i$ .

**13.** Fie mulțimile  $R = \left\{ 7, 2; 3 \frac{1}{2}; 5; -1, 4; -\frac{1}{3} \right\}$  și  $F = \{0; 0, 2; 0, 5; 0, 6; 0, (6)\}$ .

- a) Descrieți prin tabel și precizați imaginea funcției  $z : R \rightarrow F$ ,  $z(x) = \{x\}$ .  
 b) Scrieți elementele mulțimii  $G_z$ .

**14.** Se consideră mulțimile  $M = \{28; 55; 27; 39\}$  și  $N = \{9; 17; 13; 4; 5\}$ . Verificați dacă asocierea: “oricare  $x \in M$ ,  $x \rightarrow y = f(x) \in N$ , unde  $f(x)$  este divizor al lui  $x$ ”, reprezintă o funcție definită pe mulțimea  $M$  cu valori în mulțimea  $N$ .

**15.** Se consideră mulțimile  $A = \left\{ -2; \frac{7}{5}; -\pi; 0; \sqrt{3} \right\}$  și  $S = \{-1; 0; 1\}$ .

- a) Descrieți printr-un tabel funcția  $\sigma : A \rightarrow S$ ,  $\sigma(x) = \begin{cases} -1, & \text{pentru } x < 0 \\ 0, & \text{pentru } x = 0 \\ 1, & \text{pentru } x > 0 \end{cases}$ .

b) Precizați imaginea funcției  $\sigma$  și scrieți elementele mulțimii  $G_\sigma$ .

**16.** Se consideră mulțimile  $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$  și  $M = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ .

- a) Descrieți prin tabel și precizați imaginea funcției  $m : A \rightarrow M$ ,  $m(x) = |x|$ .

b) Scrieți elementele mulțimii  $G_m$ .

Respect c) Reprezentați geometric mulțimea  $G_m$ .

17. Se consideră mulțimea  $A = \left\{0; 1; \frac{4}{9}; 1; \frac{9}{25}; 10, 24; 11\right\}$  și funcția  $r: A \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$r(x) = \sqrt{x}.$$

- a) Scrieți elementele mulțimii  $\text{Im } r$  și efectuați  $\mathbb{Q} \cap \text{Im } r$ .  
 b) Descrieți printr-o formulă o funcție  $p: \text{Im } r \rightarrow A$ .

18. Se consideră mulțimea  $U = \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$ . Determinați imaginile funcțiilor:

a)  $s: U \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $s(x) = \sin x$ ; b)  $t: U \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $t(x) = \tan x$ .

19. Fie  $I = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{N}^*, (a; b) = 1 \right\}$  și funcția  $f: I \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f\left(\frac{x}{y}\right) = x + y$ .

a) Determinați imaginea mulțimii  $A = \left\{ \frac{1}{9}; \frac{99}{1}; \frac{153}{152} \right\}$ .

b) Arătați că, oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}, n > 1$ , există  $t \in I$  astfel încât  $f(t) = n$ .

20. Se consideră funcția  $s: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $s(x; y) = x + y$ . Calculați:

a)  $s(0; -3)$ ; b)  $s(3; -3)$ ; c)  $s(-8; -7)$ ;

d)  $s\left(0,5; \frac{-3}{2}\right)$ ; e)  $s\left(1 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}\right)$ ; f)  $s\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .

21. Se consideră funcția  $p: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $p(x; y) = x \cdot y$ . Calculați:

a)  $p(7; -1)$ ; b)  $p(-2; -2)$ ; c)  $p\left(1\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ ;

d)  $p(\sqrt{7}; -\sqrt{28})$ ; e)  $p(\sqrt{2} - \sqrt{3}; \sqrt{2} + \sqrt{3})$ ; f)  $p(2\sqrt{3}; -\sqrt{3})$ .

22. Arătați că următoarele funcții sunt egale:

a)  $f, g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \{x\}$  și  $g(x) = (x - |x|)(x + |x|)$ , unde  $\{a\}$  reprezintă partea fracționară a numărului real  $a$ ;

b)  $f, g: (-1, 0) \cup (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = [x]$  și  $g(x) = \frac{|x| - x}{2x}$ , unde  $[a]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $a$ ;

c)  $f, g: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |1 - x| + |1 + x|$  și  $g(x) = \max(2, x + 1)$ ;

d)  $f, g: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |2 - x| - |2 + x|$  și  $g(x) = \min(-2x, 4)$  .

e)  $f, g: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \min(x, x^2)$  și  $g(x) = \max(x^2, x^3)$ .

f)  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2|x|$  și  $g(x) = (\sqrt{x^2} + 1)^2 - \sqrt{(x^2 + 1)^2}$  ;

23. Fie funcția  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(x) = \text{ultima cifră a numărului natural } x$ .

a) Determinați mulțimea  $\text{Im } f$ .  
 b) Calculați suma  $S = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(105)$ .

**24.** Fie funcția  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n)$  = ultima cifră a numărului natural  $2^n$ .

a) Determinați mulțimea  $\text{Im } f$ .

b) Calculați suma  $S = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2012)$ .

**25.** a) Descrieți trei funcții definite pe mulțimea  $T$  a triunghiurilor din planul  $\alpha$  cu valori în mulțimea  $C$  a cercurilor din planul  $\alpha$ .

b) Descrieți trei funcții definite pe mulțimea triunghiurilor  $T$  din planul  $\alpha$  cu valori în mulțimea  $P$  a punctelor din planul  $\alpha$ .

c) Fie  $A$  un punct dat în planul  $\alpha$ . Se consideră mulțimea  $C_A$  a cercurilor din planul  $\alpha$  care conțin punctul  $A$  și mulțimea  $T$  a triunghiurilor din planul  $\alpha$ . Descrieți trei funcții definite pe mulțimea  $C_A$  cu valori în mulțimea  $T$ .

**Exemplu:** a)  $o : T \rightarrow C$ ,  $o(t)$  = cercul circumscris triunghiului  $t$ , oricare ar fi  $t \in T$ .

b)  $h : T \rightarrow P$ ,  $h(t)$  = ortocentrul triunghiului  $t$ , oricare ar fi  $t \in T$ .

c)  $e : C_A \rightarrow T$ , unde  $e(c) =$  triunghiul echilateral  $AXY$  înscris în cercul  $c$ .



**26.** a) Descrieți prin diagrame toate funcțiile care pot fi definite pe mulțimea  $A = \{a; b; c\}$  cu valori în mulțimea  $B = \{0; 1\}$ .

b) Descrieți prin diagrame toate funcțiile care pot fi definite pe mulțimea  $A = \{a; b\}$  cu valori în mulțimea  $B = \{-1; 0; 1\}$ .

**27.** Determinați imaginea funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (-1)^{[x]}$ , unde  $[a]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $a$ .

**28.** Dacă funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  verifică relația  $f(2x+1) = -2x+5$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ , determinați valoarea numărului  $f(2011)$ .

**29.** Funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  verifică relația  $f(x^2) = 2x+5$ , pentru orice  $x > 0$ . Determinați valoarea numărului  $f(1) + f(2) + f(4) + f(8)$ .

**30.** Stabiliți care dintre următoarele funcții sunt egale:

a)  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$  și  $g(x) = x(x-1)(x-2) + 1$ ;

b)  $f, g : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n) = u(4^n)$  și  $g(n) = 5 + (-1)^n$ , unde  $u(a)$  reprezintă ultima cifră a numărului natural  $a$ .

c)  $f, g : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n) = u(9^n)$  și  $g(n) = 5 + 4 \cdot (-1)^{n+1}$ , unde  $u(a)$  reprezintă ultima cifră a numărului natural  $a$ .

d)  $f, g : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n) = u(6^n) - u(5^n)$  și  $g(n) = 1$ , unde  $u(a)$  reprezintă ultima cifră a numărului natural  $a$ .

**31.** Determinați numerele  $a, b, c, d$ , pentru care funcțiile  $f$  și  $g$  să fie egale , unde:

Respect  $a) f : [-3; a] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (3c - 2)x - 5$ ,

$$g : [b; 11] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 7x + d - 4;$$

b)  $f : [2a - 5; 13] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5x - 4c - 17$ ,

$$g : [3; 2b + 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = dx - 1;$$

c)  $f : [a - 1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = bx - 1$ ,

$$g : [c - 3, 2a + 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x + d - 5 .$$

### Probleme de șapte stele

**32.** Demonstrați că, pentru orice funcție  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = ax + b$ , unde  $a, b \in \mathbb{Z}$ , este adevărată relația  $a - b \mid f(a) - f(b)$ .

**33.** Funcția  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  are proprietățile:

a)  $f(0) = 1$ ;

b)  $f(f(n)) = f(n) + 1$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ .

Determinați  $f(2011)$ .

**34. a)** Se consideră mulțimile  $A = \{0; 1; 2; \dots; 12\}$  și  $B = \{-1; 0; 1\}$ . Determinați numărul de funcții ce pot fi definite pe mulțimea  $A$  cu valori în mulțimea  $B$ .

**b)** Arătați că, dacă mulțimea  $A$  are  $n$  elemente,  $n \geq 1$ , iar mulțimea  $B$  are  $m$  elemente,  $m \geq 1$ , atunci numărul de funcții care se pot defini pe mulțimea  $A$  cu valori în mulțimea  $B$  este egal cu  $m^n$ .

**c)** Se consideră mulțimile finite și nevide  $A$  și  $B$ . Dacă numărul de funcții care pot fi definite pe mulțimea  $A$  cu valori în mulțimea  $B$  este  $4^5$ , determinați  $\text{card } A$  și  $\text{card } B$ . Analizați variantele posibile.

**35.** Pentru fiecare funcție  $f : \{0; 1; 2; \dots; 12\} \rightarrow \{-1; 0; 1\}$ , notăm :

$$S_f = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(12).$$

**a)** Descrieți o funcție  $o : \{0; 1; 2; \dots; 12\} \rightarrow \{-1; 0; 1\}$  pentru care  $S_o = 0$ ;

**b)** Descrieți o funcție  $m : \{0; 1; 2; \dots; 12\} \rightarrow \{-1; 0; 1\}$  pentru care  $S_m$  are valoarea maximă.

**c)** Arătați că, dacă o funcție  $f : \{0; 1; 2; \dots; 12\} \rightarrow \{-1; 0; 1\}$  are proprietatea că  $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \dots \cdot f(12) \neq 0$ , atunci  $S_f \neq 0$ .